

## Оглавление

Предисловие .....	6
-------------------	---

### Часть первая ТЕОРИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

<b>Введение.....</b>	<b>7</b>
§ 1. Значение интегральных уравнений для приложений .....	7
§ 2. Колебание стержня. Интегральные уравнения Фредгольма.....	7
§ 3. Задача Дирихле .....	11
§ 4. Задача Коши. Интегральные уравнения Вольтерра II рода.....	14
§ 5. Уравнения Вольтерра как частный случай уравнений Фредгольма .....	16
§ 6. Задача Абеля. Интегральные уравнения Вольтерра I рода.....	16
§ 7. Регулярное ядро.....	20
§ 8. Случай многих переменных .....	21
§ 9. Неравенство Шварца .....	22
§ 10. Ортогональные функции .....	22
§ 11. Ортогонализация и нормирование .....	22
§ 12. Обобщенные коэффициенты Фурье .....	23
§ 13. Неравенство Бесселя .....	24
<i>Задачи</i> .....	25
<b>Глава I. Метод итераций.....</b>	<b>27</b>
§ 1. Приложение метода итераций к уравнениям Фредгольма .....	27
§ 2. Итерированные ядра .....	29
§ 3. Резольвента .....	29
§ 4. Уравнения Вольтерра .....	30
§ 5. Интегральные уравнения резольвенты .....	33
<i>Задачи</i> .....	34
<b>Глава II. Теория Фредгольма .....</b>	<b>35</b>
§ 1. Частный случай уравнения Фредгольма .....	35
§ 2. Общий случай.....	37
§ 3. Неравенство Адамара.....	46
§ 4. Сходимость рядов Фредгольма и переход к пределу .....	49
§ 5. Интегральные уравнения резольвенты .....	51
§ 6. Обоснование метода Фредгольма .....	54
§ 7. Единственность решения .....	55
§ 8. Первая теорема Фредгольма .....	55
§ 9. Вычисление коэффициентов рядов Фредгольма.....	56
§ 10. Фундаментальные числа .....	57

§ 11. Решение однородного уравнения. Вторая теорема Фредгольма	59
§ 12. Вывод из первой и второй теорем Фредгольма	71
§ 13. Ортогональность решений	71
§ 14. Третья теорема Фредгольма	72
§ 15. Вид знаменателя резольвенты для уравнения Вольтерра	76
§ 16. Квази-регулярные интегральные уравнения	78
§ 17. Ядро вида $\frac{H(x,s)}{ x-s ^\alpha}$	80
§ 18. Ядро вида $\frac{H(M,P)}{MP^\alpha}$	86
§ 19. Особые интегральные уравнения	87
§ 20. Особое интегральное уравнение с ядром вида $H( x-s )$	92
<i>Задачи</i>	99

### Глава III. Теория интегральных уравнений

<b>с симметрическим ядром</b>	<b>101</b>
§ 1. Интегральное уравнение тригонометрических функций	102
§ 2. Ортогональность фундаментальных функций	109
§ 3. Отсутствие мнимых фундаментальных чисел	110
§ 4. Существование фундаментального числа	111
§ 5. Спектр фундаментальных чисел	115
§ 6. Полюсы резольвенты	117
§ 7. Разложение ядра	119
§ 8. Спектр итераций ядра	122
§ 9. Разложение итераций ядра	125
§ 10. Замкнутое ядро	126
§ 11. Теорема Гильберта – Шмидта	129
§ 12. Разложение первой итерации ядра	133
§ 13. Разложение решения уравнения Фредгольма по фундаментальным функциям. Третья теорема Фредгольма	134
§ 14. Разложение резольвенты по фундаментальным функциям	136
§ 15. Классификация симметрических ядер	139
§ 16. Ядро вида $K(x,s)p(s)$	140
§ 17. Теорема Мерсера	140
<i>Задачи</i>	143

### Глава IV. Приложения интеграла Лебега к теории

<b>интегральных уравнений с симметрическим ядром</b>	<b>144</b>
§ 1. Сходимость в среднем	144
§ 2. Критерий сходимости в среднем	146
§ 3. Почленное интегрирование ряда, сходящегося в среднем	148
§ 4. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Формула и неравенство Бесселя	150
§ 5. Сходимость в среднем ряда Фурье. Равенство замкнутости нормированной ортогональной системы	151
§ 6. Теорема Фишера – Рисса	153

§ 7. Уравнение Фредгольма I рода.....	154
§ 8. Существование фундаментального числа.....	157
§ 9. Сходимость в среднем к ядру $K(x, s)$ соответствующего разложения по фундаментальным функциям .....	162

## Часть вторая

### Приложения теории интегральных уравнений

<b>Глава I. Общий анализ краевых задач для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений .....</b>	<b>165</b>
§ 1. Постановка задачи .....	171
§ 2. Формула Грина .....	173
§ 3. Функция Грина.....	173
§ 4. Фундаментальная теорема Гильберта .....	176
§ 5. Эквивалентность краевой задачи однородному линейному интегральному уравнению.....	179
§ 6. Краевая задача с симметрической функцией Грина.....	180
§ 7. Общие теоремы для краевой задачи с симметрической функцией Грина.....	182
§ 8. Случай отрицательных фундаментальных чисел.....	186
§ 9. Замечание относительно случая, когда $g(x)$ в интервале $(a, b)$ обращается в нуль.....	189
§ 10. Неоднородная краевая задача.....	191
§ 11. Особый случай краевой задачи .....	193
<b>Глава II. Различные проблемы математической физики, приводящиеся к краевым задачам для обыкновенных линейных дифференциальных уравнений .....</b>	<b>202</b>
§ 1. Колебание струны .....	202
§ 2. Распространение теплоты в брусce .....	207
§ 3. Некоторые вспомогательные результаты вариационного исчисления .....	212
§ 4. Минимум интеграла Дирихле.....	215
§ 5. Исследование второй вариации .....	221
<b>Глава III. Граничные задачи теории потенциала.....</b>	<b>223</b>
§ 1. Некоторые вспомогательные предложения теории потенциала .....	223
§ 2. Логарифмические потенциалы простого и двойного слоя.....	230
§ 3. Разрывность нормальной производной потенциала простого слоя .....	231
§ 4. Нормальная производная потенциала двойного слоя .....	234
§ 5. Внутренняя задача Дирихле.....	238
§ 6. Внешняя задача Дирихле .....	240
§ 7. Вторая граничная задача теории потенциала .....	243
§ 8. Третья граничная задача теории потенциала .....	246